



### Control 1

**P1. (a)** (4 ptos.) Sean  $p, q, r$  y  $s$  proposiciones. Pruebe, sin usar tablas de verdad, que

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (\bar{s} \Rightarrow \bar{r})] \Rightarrow [\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s)]$$

es una tautología.

**(b)** (2 ptos.) Considere las proposiciones siguientes:

$$p : (\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(x \leq y)$$

$$q : (\forall y \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R})(x \leq y).$$

Indique el valor de verdad de cada una de ellas justificando su respuesta. Finalmente escriba sus negaciones.

**P2. (a)** (3 ptos.) Sea  $A$  un subconjunto **fijo** del conjunto universo  $U$ . Probar que  $\forall X, Y \subseteq U$  se tiene que

$$(X \cup A = Y \cup A) \wedge (X \cap A = Y \cap A) \Rightarrow X = Y$$

**(b)** (3 ptos.) Sea  $A \subseteq U$ ,  $A \neq \phi$ . Se define  $\mathcal{F}_A \subseteq \mathcal{P}(U)$  por

$$X \in \mathcal{F}_A \quad \text{sí y sólo sí} \quad X \subseteq U \text{ y } X \cap A \neq \phi.$$

Demuestre que dado  $B \subseteq U$ ,

1.  $U \in \mathcal{F}_A$  y  $A \in \mathcal{F}_A$ .
2. Si  $A \setminus B \neq \phi \Rightarrow B^c \in \mathcal{F}_A$ .
3. Si  $B \in \mathcal{F}_A \wedge C \subseteq U \Rightarrow (B \cup C) \in \mathcal{F}_A$ .

29 de marzo de 2008  
Sin consultas  
Tiempo: 1:15